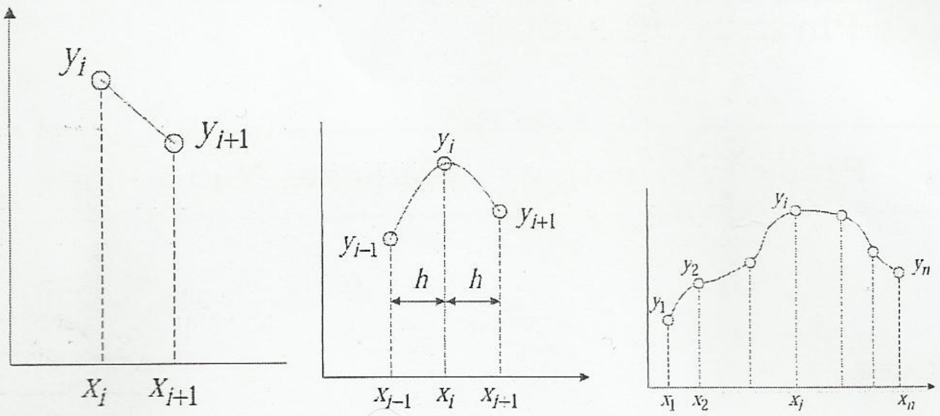

FIGURE 1 – Interpolation linéaire (gauche), parabolique (centre) et polynôme de Lagrange (droite).

3 Interpolation

On dispose d'un certain nombre de couples de points (x_i, y_i) sur un domaine de l'axe x $[a, b]$ supposés issus de l'expérience. Ne disposant pas de prédiction théorique pour modéliser le comportant de y en fonction de x, on souhaite réaliser une interpolation pour prédire les valeurs attendues de y pour des valeurs de $x \in$ [a,b] en dehors des valeurs discrètes de x_i utilisées dans l'expérience. On recherche alors un polynôme $P_n(x)$ de degré n qui passe par tous les points (x_i, y_i) et qui permette d'évaluer y en des points différents des x_i. On parle **d'interpolation** si l'on se restreint à l'intervalle $[a, b]$ et **d'extrapolation** dans le cas contraire. Plusieurs cas vont être traités : l'interpolation linéaire (n=1), parabolique (n=2) et l'interpolation avec un polynôme de Lagrange de degré $n-1$, voir l'illustration sur la figure 1

Soient les 7 points (x_i, y_i) suivants :

```
0.0 0.0
1.0 0.841471
2.0 0.909297
3.0 0.141121
4.0 -0.756801
5.0 -0.958925
6.0 -0.279419
```

1. Ecrire un programme FORTRAN calculant l'interpolation linéaire définie par

$$y(x) \quad = \quad y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}(x - x_i) \qquad \text{pour} \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}$$

   Ce programme retournera une liste de 10000 points (x, y) compris dans l'intervalle considéré. On utilisera *gnuplot* pour afficher les résultats.

2. Pareil, mais avec une interpolation parabolique définie par :

$$y(x) \quad = \quad y_i + \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}(x - x_i) + \frac{1}{2}\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}(x - x_i)^2$$

   Noter qu'il faut 3 points pour réaliser cette interpolation contrairement à l'interpolation linéaire.

3. Pareil, mais avec le polynôme de Lagrange de degré $n-1$ passant par les n points (x_i, y_i)

$$y(x) \quad = \quad \sum_{i=1}^{n} y_i \frac{(x - x_1)(x - x_2)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x - x_n)}{(x_i - x_1)(x_i - x_2)...(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})...(x_i - x_n)}$$